

关于对可转换债券融资发行范围的确定研究

路静敏, 唐万生

(天津大学 系统工程研究所, 天津 300072)

摘要:可转换债券的双重属性以及企业生产经营状况使可转换债券融资具有很大的不确定性,最终导致不同的结果,结果的不同将影响企业进行融资决策中资本结构的制定,因而需要对可转换债券发行范围进行确定。完全转股和回售是企业经营状况良好和极差两种极端情况下可转债融资所产生的结果,此两种结果决定了可转换债券发行范围的上下限,将完全转股结果下所求得的最优融资资本结构作为可转债发行范围的上限,回售情况下得到的最优融资资本结构作为发行下限,从而得到可转换债券发行范围。最后利用基于随机模拟的遗传算法对融资决策模型进行求解,并通过算例解释了算法的有效性。

关键词:可转换债券; 发行范围; 随机模拟; 遗传算法

中图分类号:F830.91

文献标识码:A

文章编号:1009-3370(2006)02-0049-04

一、前言

可转换债券(下称可转债)是一种由企业发行的具有债券和股票双重属性的特殊债券,在一定约束条件下,债券持有人可依其意愿将债券转换为企业普通股票,在转股之前,可转债具有与普通债券相同的性质。Durand(1952)归纳的折衷理论认为融资资本成本随着负债比例的增加先减小后增大,存在一个使企业价值最大的资本结构。Modigliani-Miller(1963)认为支付给债权人的利息具有税盾功能,利用债券融资可以增大企业价值。Scott(1976)阐述了负债和破产风险之间的关系,认为债券融资会给企业带来破产风险,破产风险抵消了负债带来的税收收益。Fan-Sundaresan(2000)和 François-Morellec(2004)等人在 Black-Scholes(1973)和 Merton(1974)的期权定价基础上提出了破产成本问题,破产成本的支付会降低企业价值。

可转债的股票性质使得其又不同于普通债券,转股与否以及何时转股依赖于企业未来收益和债权人的意愿,使得未来结果具有很强的不确定性,因此利用可转债融资需要确定一个发行范围,而不是唯一的最优资本结构。影响未来结果的因素主要为票面利率、转换价格和比率、赎回以及回售条款。可转债的票面利率一般为浮动利率,以某一固定数值逐年递增,融资的资本成本也随之加大。转换价格和比率决定了投资者是否愿意将债券转换成股票。赎回条款是指在一定条件下发行人按照赎回价格提前赎回未到期的可转债,对其进行强制转股,以避免未来

可能发生的回售或承兑风险。回售条款保护了投资者的利益,若公司股票价格在约定时间内连续低于转股价格一定幅度时,债权人将会按回售价格将所有可转债卖给发行人。

本文在企业未来收益服从某一特定分布的假设前提下,通过分析转股和回售两种极端结果下的融资最优资本结构来确定可转债的发行范围,并利用基于随机模拟的遗传算法对模型进行求解,最后给出算例验证了算法的有效性,为企业可转债融资提供一定的参考依据。

二、融资决策模型

由于未来企业经营状况的不确定,假设可转债投资者均愿意在未来某一时刻将可转债转换为股票,可转债融资存在以下四种可能结果:(1)若公司经营状况良好,所有可转债顺利转股;(2)经营状况次之,赎回条款满足,可转债被强制转股;(3)经营状况一般,投资人将可转债一直持有至到期日,最终获得本金和利息;(4)公司经营状况不良,回售条款满足,可转债被回售。若第一种可能结果发生,公司债务消失,资本结构得到自然优化,应采用较高资本结构进行融资,故可将此种结果下的最优融资资本结构作为可转债发行上界;若回售条款被实施,则企业将面临较大的破产风险,应采用较低资本结构融资以保证企业可持续发展,该时的最优融资资本结构为可转债发行下界,另外两种可能结果所采用的融资资本结构介于二者之间。

收稿日期:2005-05-31

作者简介:路静敏(1976—),女,博士研究生,研究方向为公司理财,E-mail:lljingmin@yahoo.com.cn

企业通过发行可转债和股票来筹措资金, 总融资额 C 为可转债发行额 V_{CB} 和股票发行额 V_S 的总和, 记为 $C=V_{CB}+V_S$, 则可转债发行所占比例为 $\delta_0=V_{CB}/C$, 股票发行所占比例为 $1-\delta_0$; 可转债到期年限为 N 年; 设企业第 n 年单位资本投资收益率 R_n 为随机变量, 且 $\{R_n\}$ 独立同分布, 其中 $n=1, 2, \dots, N$; 公司税为 T_C ; 破产清算后债权人所得价值比例为 l ; 可转债的票面值为 a , 每月计息一次, 第 1 年的利率为 b , 以后逐年增长 β , 则第 n 年可转债资本成本为

$$k_{CB,n}=b+(n-1)\beta$$

1. 可转债全部转股时的公司价值现值^①

企业经营状况良好, 可转债全部转股是可转债发行人和投资者均乐意见到的最佳状态。转换期限在发行 6 个月后开始, t 为可转债发行后的第 t 个月 $t=(1, 2, \dots, 12N)$, 第 t 个月转股的可转债数量为 $N_1(t)$, 为服从参数为 λ_t 的泊松分布。

在第 t 个月企业的融资资本结构为

$$\eta_t = \eta_{t-1} - \frac{aN_1(t)}{C}, t=(7, 8, \dots, 12N),$$

$$\eta_0 - \eta_1 = \Lambda = \eta_6 = \delta_0.$$

第 n 年企业的融资资本结构为该年 12 个月的平均资本结构

$$\delta_n = \frac{\sum_{t=7}^{12n} \eta_t}{12}.$$

第 n 年融资资本成本 $k_{a,n}$ 为

$$k_{a,n} = \delta_n k_{CB,n} (1-T_C) + (1-\delta_n) k_{S,n}$$

根据连续利率公式可得第 t 月企业所需支付给债权人的利息为

$$A_t = C\eta_t (e^{k_{CB,n}/12} - 1)$$

第 n 年企业支付的利息总计为

$$M_n = \sum_{t=7}^{12n} A_t = CH_n,$$

$$\text{其中 } H_n = \sum_{t=7}^{12n} \eta_t (e^{k_{CB,n}/12} - 1).$$

若第 n 年企业的投资收益低于该年所需支付的利息时, 该企业面临破产, 则破产概率为

$$p_n = P(R_n C < M_n) = P(R_n < H_n) = \int_{-\infty}^{H_n} f(x) dx$$

其中 $f(\cdot)$ 为 R_n 的分布密度函数。

使企业面临破产的投资收益记为 $V_{b,n}$, 正常运营的投资收益记为 $V_{u,n}$

$$V_{u,n} = C \int_{H_n}^{\infty} x f(x) dx,$$

$$V_{b,n} = C \int_{-\infty}^{H_n} x f(x) dx.$$

则第 n 年股票价值 $V_{S,n}$ 和可转债的价值 $V_{D,n}$ 分别为

$$V_{S,n} = (V_{u,n} - M_n)(1-T_C)(1-p_n) + 0p_n,$$

$$V_{D,n} = M_n(1-p_n) + lV_{b,n}P_n.$$

第 n 年企业价值 f_n 为债券价值和股票价值之和, 表示为

$$f_n = V_{S,n} + V_{D,n}$$

则企业价值的折现现值为

$$f(k_s, \delta_0) = \sum_{n=1}^N \frac{f_n}{(1+k_{a,n})^n}$$

2. 回售条款下的企业价值现值

企业经营状况不佳被迫实施回售条款, 此时可转债没有起到自然优化资本结构的功能, 企业不仅要支付未被回售可转债的利息, 还要支付回售资金。 t 为可转债发行后的第 t 个月 $t=(1, 2, \dots, 12N)$, 设第 t 个月被回售的可转债数量为 $N_2(t)$, 为服从参数为 λ_t 的泊松分布; 回售期从发行半年后开始, 回售价为 P_{CB} 。

第 t 个月的资本结构为

$$\gamma_t = \gamma_{t-1} - \frac{aN_2(t)}{C}, t=(7, 8, \dots, 12N),$$

$$\gamma_0 = \gamma_1 = \Lambda = \gamma_6 = \delta_0.$$

第 n 年回售的可转债总数量为

$$Q_n = \sum_{t=7}^{12n} N_2(t)$$

第 n 年平均资本结构为

$$\delta_n = \frac{\sum_{t=7}^{12n} \gamma_t}{12}.$$

第 n 年融资决策的资本成本 $k_{a,n}$ 为

$$k_{a,n} = \delta_n k_{CB,n} (1-T_C) + (1-\delta_n) k_{S,n}$$

第 n 年企业支付的利息总计为

$$W_n = \sum_{t=7}^{12n} A_t = CU_n.$$

$$\text{其中 } U_n = \sum_{t=7}^{12n} \gamma_t (e^{k_{CB,n}/12} - 1).$$

企业需要同时支付利息和买回可转债的资金, 若该年的投资收益低于支付总额时, 企业面临破产, 第 n 年的破产概率为

$$p_n = P(R_n C < (W_n + P_{CB} Q_n)) = P(R_n < (U_n + \frac{P_{CB} Q_n}{C})) = \int_{-\infty}^{U_n + \frac{P_{CB} Q_n}{C}} f(x) dx$$

其中 $f(\cdot)$ 为 R_n 的分布密度函数。

使企业破产的投资收益记为 $V_{b,n}$, 正常运营时的投资收益记为 $V_{u,n}$

$$V_{u,n} = C \int_{u_n + \frac{dQ_n}{C}}^{\infty} xf(x)dx - P_{CB}Q_n$$

$$V_{b,n} = C \int_{-\infty}^{u_n + \frac{dQ_n}{C}} xf(x)dx$$

第 n 年企业价值 f_n 、债券价值 $V_{D,n}$ 和股票价值 $V_{S,n}$ 分别为

$$f_n = V_{S,n} + V_{D,n}$$

$$V_{D,n} = W_n(1-p_n) + lV_{b,n}p_n$$

$$V_{S,n} = (V_{u,n} - W_n)(1-T_c)(1-p_n) + 0p_n$$

则企业市场价值现值为

$$f(k_s, \delta_0) = \sum_{n=1}^N \frac{f_n}{(1+k_{a,n})^n}$$

3. 发行范围的界定

将转股和回售两种情况下求得的企业价值现值分别代入下面的融资决策模型中,求得每种情况下的最优资本结构,将转股情况下的最优资本结构作为发行范围的上限,回售情况下的最优资本结构作为发行范围的下限,从而确定可转债的发行范围。融资决策模型为

$$\begin{aligned} \max_{k_s, \delta_0} f &= \sum_{n=1}^N \frac{f_n}{(1+k_{a,n})^n} \\ \text{s.t.} &\begin{cases} r < k_s < 1 \\ 0 < \delta_0 < 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

三、基于随机模拟的遗传算法

1. 随机模拟

模型(1)中可转换债券的转股过程 $N_1(t)$ 和回售过程 $N_2(t)$ 比较难以求解,本文通过产生随机数来得到,具体步骤为:

- 步骤 1 $x=0, g=1$.
- 步骤 2 产生服从 $u(0, 1)$ 的随机数 u .
- 步骤 3 $g \leftarrow gu, x \leftarrow x+1$.
- 步骤 4 重复步骤 2 到 3,直到 $g < e^{-\lambda}$.
- 步骤 5 返回 $x-1$.

2. 基于随机模拟的遗传算法

遗传算法是一种基于生物自然选择与遗传机理的随机搜索方法,从一组随机产生的初始解开始搜索,遗传算子的各态遍历性能够非常有效地得到概率意义下的全局最优解。本文采用基于随机模拟的遗传算法进行求解,具体步骤为:

- 步骤 1 初始种群的产生
在可行范围内对决策变量赋初值,得到初始种群。本文用 pop_size 表示种群数量,取值为 30。
- 步骤 2 交叉操作

选取交叉概率 P_c 为 0.3。随机选取交叉父代及交叉位,在交叉位进行交叉变异,生成两个后代,用满足约束的后代代替父代。重复操作 $pop_size/2$ 次。

步骤 3 变异操作

选取变异概率 P_m 为 0.2。随机选取变异父代进行变异操作产生后代,若产生的后代满足约束,则用其代替父代,否则,重新进行变异操作,直到可行后代产生。重复操作 pop_size 次。

步骤 4 计算染色体适应度

调用随机模拟的结果计算目标函数的值,将所有染色体根据函数目标值降序排列,第 i 条染色体的适应函数为

$$eval(V_i) = k(1-k)^{i-1}, i=1, 2, \Lambda, pop_size, k=0.05$$

步骤 5 选择操作

通过旋转赌轮为新的种群选择染色体,计算每个染色体的累积概率

$$q_i = \sum_{j=1}^i eval(V_j), i=1, 2, \Lambda, pop_size, q_0=0,$$

区间 $(0, pop_size)$ 中均匀产生随机数 ω ,若 $q_{i-1} < \omega \leq q_i$,则选择第 i 个染色体。重复操作 pop_size 次。

步骤 6 重复步骤 2 至 5 直到满足终止条件,最好的染色体作为最优解

一般情况下,给定一个较大的迭代次数作为终止条件。

四、应用算例

某公司获得一投资机会,需要融资 100 亿元,公司打算通过发行可转债和股票两种形式筹集资金。预计企业未来单位资本投资收益率服从正态分布 $N(0.05, 0.018)$,公司税率为 0.33,我国现阶段居民 5 年期定期储蓄利率为 0.036,破产清算后债权人所得比例为 0.7。可转债债券的票面值为 10000 元,发行第一年的可转债利率为 0.01,每年的利率以 0.5% 增长,发行期限为 5 年,回售价格为 130 元。利用基于随机模拟的遗传算法对可转债发行范围进行求解,结果如下:

当未来可转债全部转换为股票时,应当选取的权益资本和资本结构为:0.7900 和 0.8900;当未来可转债被回售时,应当选取的权益资本和资本结构为:0.2393 和 0.8283。则可转债债券的发行范围为(0.8283, 0.8900),企业在利用可转债进行融资时,应该在此范围内确定融资资本结构。

五、结论

本文通过求解转股和回售两种极端情况下的最

优资本结构,界定出可转债发行范围的上下界,从而确定出可转债发行范围。可转债的发行范围确定既可以充分发挥其低资本成本优势,又可以将融资风险控制在一定的范围之内,为企业利用可转债融资提供一定的参考。最后利用基于随机模拟的遗传算法对模型进行求解,通过算例验证了算法的有效性。

参考文献:

- [1] Durand, D. Cost of debt and equity funds for business: trends and problems of measurement [A]. National Bureau of Economic Research, Conference on Research on Business Finance [C], New York, 1952: 215-247.
- [2] Modigliani, F., Miller, M. H. Corporate income taxes and the cost of capital: a correction [J]. American Economic Review, 1963, 53(3): 443-453.
- [3] Scott, J. A theory of optimal capital structure [J]. The Bell Journal of Economics, 1976, 7 : 33-54.
- [4] Black, F., Scholes, M. The pricing of options and corporate liabilities [J]. Journal of Political Economy, 1973, 81(3): 637-654.
- [5] Merton, R. C. On the pricing of corporate debt: the risk structure of interest rates [J]. The Journal of Finance, 1974, 29(4): 449-470.
- [6] François, P., Morellec, E. Capital structure and asset prices: some effects of bankruptcy procedures [J]. Journal of Business, 2004, 77(2): 387-411.
- [7] Fan, H., Sundaresan, S. M. Debt valuation, renegotiation, and optimal dividend policy [J]. The Review of Financial Studies, 2000, 13(4): 1057-1099.
- [8] Liu B. Theory and practice of uncertain programming [M]. Physica-Verlag, Heidelberg, 2002.

A Study on the Scope Definition of Convertible Bond Issuing

LU Jing-min, TANG Wan-sheng

(Institute of Systems Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: The hybrid nature of convertible bond and the uncertainty of firm's production status make convertible bond finance more uncertain, and the uncertainty induces further consequences. The different consequences affect the establishment of capital structure in the corporation's financing decision. So it is necessary to define the issuing scope of convertible bond. Wholly converted and resell are two extreme results of convertible bond financing under the very good production status and very bad production status respectively. These two extreme results can determine the upper limit and the lower limit of the convertible bond issuing scope. The optimal capital structure that is wholly converted is used as the upper limit of convertible bond issuing scope, and the optimal capital structure under resell is used as the lower limit. So the convertible bond issuing scope can be defined. At last, the genetic algorithm based on random simulation is used to solve the model and examples are given to explain the validity of the algorithm.

Key words: Convertible bond; issuing scope; random simulation; genetic algorithm

[责任编辑:箫姚]