

# 枢纽确定单连接轴—辐网络结构在中国民用航空网络中的应用

杨晗熠

(天津大学 管理学院, 天津 300072)

**摘要:** 轴—辐网络问题是选址领域中已被广泛研究的问题之一,其中包括对中心选址和设计中心网络结构两方面。将轴—辐网络结构应用于中国主要城市民航运输网络结构设计,介绍单连接轴—辐网络结构的混合整数规划模型。并将几何舍入算法应用于中国民航网络连接问题的计算,从而确定如何以最少的成本组织航空货运。最后给出基于我国 2003 年交通统计年鉴提供的航空货运量数据进行计算实验。实验表明,几何舍入算法在求解中国民航轴—辐网络单连接设计中具有很好的计算效果。

**关键词:** 民用航空; 轴—辐网络; 几何舍入算法

**中图分类号:** F224

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1009-3370(2010)02-0027-04

## 一、引言

民航运输业是一个相对独立的空中交通体系<sup>[1]</sup>,属国民经济的基础性产业,对我国经济发展具有重要的推动作用。随着中国民航体制改革日益深入,作为发达国家航空公司的成熟运作方式之一的中枢航线网络建设已成为中国民航进一步发展的方向。产业性质及其他各方面特征的基本因素主要是由产业的经济特性所决定。民航运输业体现出明显的网络经济效应:随着航空公司航线网络的扩大,由于其所提供的每一航线上的航班密度增大,载运率提高而出现收益递增、平均成本下降的现象<sup>[2]</sup>。20 世纪六七十年代,在欧美发达国家航空运输需求快速增长,对快速而低成本的运输系统的需要日益迫切。1979 年美国的航空运输管制宣告结束,航空公司为了争夺市场竞争,不断探索低成本高效率的运营组织方式,以枢纽机场为轴心、非枢纽机场为辐射支撑点的“轴—辐”网络(Hub—and—spoke networks)运输组织网络逐渐被各大航空公司所采纳<sup>[3]</sup>;20 世纪 90 年代开始的欧洲运输自由化进一步促进了轴—辐航空网络的形成。

本文针对枢纽中心确定条件下对枢纽确定单连接“轴—辐”网络(the fixed-hub single allocation problem, FHSAP)进行研究。FHSAP 为 NP-难问题,并且是二次指派问题的一个特殊情况。Sohn and Park<sup>[4]</sup>指出虽然 2 枢纽 FHSAP 问题是多项式可解最

小切分问题,3 枢纽 FHSAP 依然是 NP-难问题。本文将文献<sup>[5]</sup>所选取的国内枢纽机场作为确定的枢纽点,采用文献<sup>[7]</sup>中提出的几何取整算法在我国主要城市的民用航空网络中应用,设计出我的主要城市的航空网络结构。

本文的基本假设:(1)中心点直接完全连接;(2)存在中心点之间规模效应,并且所有的中心点间具有相同的折扣系数  $\alpha$ ;(3)非中心点之间不直接相连;(4)城市间的距离满足三角不等式;(5)单位距离单位货物的费用相同且不同货物的运输费用相同;(6)城市间的运输量和运输费用对称。

## 二、“轴—辐”网络基本原理<sup>[4]</sup>

### (一)“轴—辐”网络的概念体系

“轴—辐”网络是一种双层网络结构,如图 1。枢纽(hub)在国外诸多研究中被又称为 switch, gate, concentrator, transshipment point, control point 或 access point。在“轴—辐”网络中乘客/货物的运输不允许采用城市对式(又称点对点式)的运输方式,而只允许先通过某一预先指定的枢纽点然后再从枢纽点转运到目的地,因此非枢纽点中的乘客/货物将汇集到枢纽点。“轴—辐”网络形成双层网络结构,所有枢纽点之间可以相互完全连接,枢纽点与非枢纽点采用星型(star-shape)相连。枢纽点相连所生的网络被称为干线网络(backbone network),非枢纽点与枢纽点相连接所构成的网络称为支线网络(tributary

收稿日期: 2009-11-25

作者简介: 杨晗熠(1980—),男,博士研究生。E-mail: yhy\_ian@hotmail.com

networks)。由于乘客/货物在枢纽点汇集,因此枢纽点的运输量增加,从而在枢纽点之间的运输可以采用更大更有效率、成本更低的交通工具,如空客 A380。由于近年来“轴—辐”网络逐渐的被各大航空公司所采纳,不久前空客公司和波音公司分别针对干线网络和支线网络推出了空客 A380 客机和波音 787 客机。

(二)“轴—辐”网络的运行机理

“轴—辐”网络是航空公司的一种企业组织行为,其运作遵循以下步骤:

(1)选择不同级别和功能的枢纽机场作为网络轴心,并以某些枢纽机场作为基地;

(2)枢纽机场即轴心间形成主干航线,安排较高密度的航班,集中客货流,使其成为航空客货集散地。枢纽机场与非枢纽机场之间设置支线,适度安排航班与航线;

(3)枢纽机场采用“到离航班群”设置模式,形成航班波,做到中转的及时衔接;

(4)枢纽机场所在城市的人口和经济实力必须达到一定规模,以支撑其枢纽地位。

三、模型

Ernst and Krishnamoorthy<sup>[6]</sup>给出了一个简化时间复杂性的模型。设枢纽点集为模型没有给出具体从点 i 到点 j 的路径,然而我们定义  $\vec{Y} = \{Y_{ki}^i : i \in n, k, l \in H, k \neq l\}$ , 其中  $Y_{ki}^i$  为从 i 点出发经过中心点 k 和另一个中心点 l 的总流量。

$$\text{Model min } \sum_i \sum_k C_{ik} X_{ik} (\chi O_i + \delta D_i) + \sum_i \sum_k \sum_l \alpha C_{kl} Y_{ki}^i \quad (1)$$

$$\sum_{k \in n} X_{ik} = 1 \quad \forall i \in n, k \in H \quad (2)$$

$$X_{ik} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in n, k \in H \quad (3)$$

$$\text{s.t. } \sum_l Y_{kl}^i - \sum_l Y_{li}^i = O_i X_{ik} - \sum_j W_{ij} X_{jk} \quad (4)$$

$$Y_{ki}^i \geq 0 \quad \forall i \in n, k, l \in H \quad (5)$$

在上述模型中,

$$X_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{非枢纽点 } i \text{ 与枢纽中心 } k \text{ 相连} \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$$

其中,  $C_{ik}$  表示从点 i 到点 k 单位距离单位货物的运输费用。考虑到对称费用可简化计算,令  $O_i$  和  $D_i$  代表从 i 点流入和流出的总流量,定义  $O_i = \sum_{j \in n} W_{ij}; D_i = \sum_{j \in n}$

$W_{ji}$ , 其中,  $W_{ij}$  为从 i 到 j 的流量。目标函数(1)寻求最小的总费用,包括汇集、转运和递送费用;约束条件(2)使得任一点 i 与一个确定的中心点相连;约束条件(3)要求所有变量为整数;约束条件(4)表示为一个货物 i 在点 k 为一个完全图发散方程。换言之,对于任意点 i,  $Y_{ki}^i > 0$ , 或  $Y_{ik}^i > 0$ , 但不同时为 0 (对于  $k \neq l$  由于约束条件(2)要求任意点 i 仅与一个中心点 k 相连)。

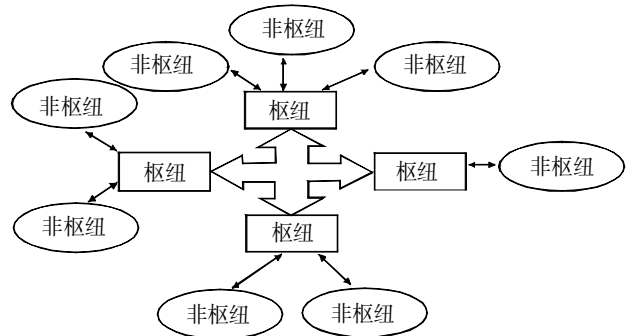


图1 “轴—辐”网络结构图

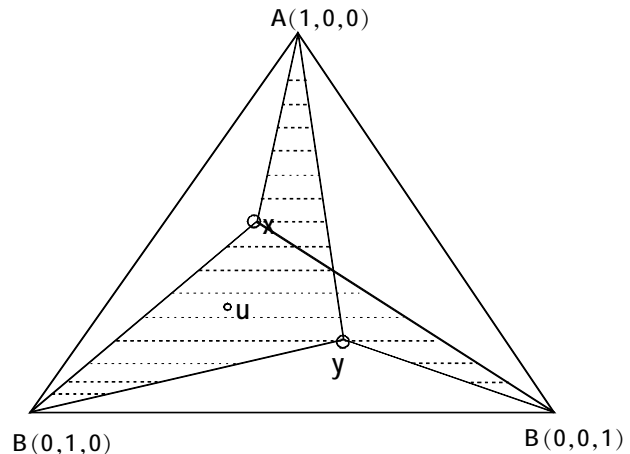


图2 几何舍入算法示意图

四、几何舍入算法<sup>[7]</sup>(Geometric Rounding Algorithm)

从模型 Model 中可以看出  $X_{ik}$  为我们所关心的指派向量,因此该模型的解可以由指派向量  $X_{ik}$  所确定。首先对模型 Model 进行线性松弛,即不考虑约束条件式(3)。这样将原来的整数规划模型变为线性规划模型,记为 Model-LR。然后通过单纯型法或内点法对模型 Model-LR 求解,通常情况下解得的指派向量包含非整数向量,而原模型 Model 中包含整数约束条件,因此,我们下面所关心的是如何将非整数解转化为整数解。

(一)舍入过程

由约束条件(2)可知,对于任意非枢纽点  $i$  其指派向量  $X_{ik}$  有  $k-1$  个自由度( $\sum_{k \in n} X_{ik}=1$ ),因此可以构造一个  $k-1$  维单位体,其体积为  $V_k$ ,使得该  $k-1$  维单位体的顶点为整数点,且  $k-1$  维单位体中的任意点满足  $\sum_{k \in n} X_{ik}=1$ ,如图 2。对于任意一个非整数最优解  $x_i=(x_{i,1},x_{i,2},\dots,x_{i,k})$  将落入该  $k-1$  维单位体中非顶点的位置。因此,对于任意一个具有非整数指派向量点  $i$  将对应于  $k-1$  维单位体中的一个非顶点。此舍入过程的目的是将所有非整数指派向量转化为整数向量。易得  $k-1$  维单位体有  $k$  个顶点,本文令  $v_i$  表示该  $k-1$  维单位体的第  $i$  个顶点,且  $v_i$  的第  $i$  个坐标为 1 其它均为 0。对于  $k-1$  维单位体中的任意一点  $x$ ,将其与所有顶点相连,则将  $k-1$  维单位体分为  $k$  个空间,且各空间互不相交。令  $A_{x,j}$  表示多面体( $v_1, v_2, \dots, v_{i-1}, x, v_{i+1}, \dots, v_k$ ),其体积为  $V_{x,i}$ 。产生  $k$  维在单位体中服从均匀分布的随机向量  $u$ , 如果其落入某一  $A_{x,j}$  中则令  $A_{x,j}$  所对应的顶点  $v_i$  的坐标为  $x_j$  的指

派向量。

(二)舍入算法计算过程

For(j=0;j++;j=n)

(1)应该单纯型法或内点法求出混合整数规划模型线性松弛解;

(2)产生  $k$  维随机向量  $u$ ,  $u$  在单位体中服从均匀分布;

(3)令  $A_{x,j}$  所对应的顶点  $v_i$  的坐标为  $x_j$  的指派向量,如果  $u$  落入  $A_{x,j}$  中。

end

定理 1:对于单位体中任意一点  $w=(w_1, w_2, \dots, w_k)$ , 向量  $u$  在多面体  $A_{w,s}$  中, 如果当  $l=s$  时使得  $\frac{u_l}{w_l}$  ( $1 \leq l \leq k$ )最小。(证明见文献[7])

根据定理 1,可确定  $u$  落入的多面体,从而确定  $x$  所对应的整数向量。

五、实例分析

本文围绕民航“轴—辐”网络设计这个目标,查

表 1 城市之间的运输量

城市	沈阳	北京	乌鲁木齐	西安	武汉	上海	成都	昆明	广州
沈阳	0	10 732	0	2 059	1 238	9 846	0	0	4 166
北京	10 732	0	5 808	9 303	9 352	130 000	27 166	24 236	78 248
乌鲁木齐	0	5 808	0	5 499	0	3 172	2 924	0	4 507
西安	2 059	9 303	5 500	0	2 087	12 529	6 254	4 331	9 785
武汉	1 238	9 352	0	2 087	0	7 030	6 755	2 044	9 754
上海	9 846	13 000	3 172	12 529	7 030	0	19 973	13 883	93 368
成都	0	27 166	2 924	6 254	6 755	19 973	0	9 124	32 378
昆明	0	24 236	0	4 331	2 044	13 883	9 124	0	18 768
广州	4 166	78 248	4 507	9 785	9 754	93 368	32 378	18 768	0

表 2 城市之间的运输量

城市	沈阳	北京	乌鲁木齐	西安	武汉	上海	成都	昆明	广州
沈阳	0.0	622.4	2 949.7	1 517.8	1 500.6	1 193.1	2 143.8	2 676.2	2 299.9
北京	622.4	0.0	2 424.0	911.4	1 063.5	1 064.8	1 549.5	2 093.3	1 898.2
乌鲁木齐	2 949.7	2 424.0	0.0	2 121.3	2 751.6	3 268.4	2 022.7	2 517.0	3 331.1
西安	1 517.8	911.4	2 121.3	0.0	654.7	1 260.0	574.9	1 163.8	1 321.0
武汉	1 500.6	1 063.5	2 751.6	654.7	0.0	630.9	968.3	1 313.1	845.4
上海	1 193.1	1 064.8	3 268.4	1 260.0	630.9	0.0	1 649.8	1 971.7	1 176.3
成都	2 143.8	1 549.5	2 022.7	574.9	968.3	1 649.8	0.0	651.4	1 265.0
昆明	2 676.2	2 093.3	2 517.0	1 163.8	1 313.1	1 971.7	651.4	0.0	1 086.5
广州	2 299.9	1 898.2	3 331.1	1 321.0	845.4	1 176.3	1 265.0	1 086.5	0.0

表 3 轴—辐结构设计及运行时间

$\alpha$	沈阳	北京	乌鲁木齐	西安	武汉	上海	成都	昆明	广州	运行时间
0.8	北京	北京	北京	上海	上海	上海	广州	北京	广州	0.265s
0.6	北京	北京	北京	北京	上海	上海	北京	广州	广州	0.281s
0.4	北京	北京	北京	北京	上海	上海	广州	广州	广州	0.281s
0.2	北京	北京	北京	北京	上海	上海	广州	广州	广州	0.281s

阅了数年的《中国交通年鉴(2003)》,本文使用2002各城市间航空货物运输量,以及各城市间的直线距离作为输入数据,(单位:吨,公里),本文称该数据为中国航空数据(Chinese Aeronautic Data, CAD)如表1、2。选取文献[3]中所选取的北京、上海和广州作为所固定的国内枢纽机场。

实验设计包括解决CAD中9个点所组成的子集。中心点之间的折扣系数 $\alpha$ 固定,并且考虑5个等级:1.0, 0.8, 0.6, 0.4和0.2。对于与不同的折扣系数,分别列出了实现最优解所选用的连接方式和运行时间。本实验中,在联想昭阳K42笔记本电脑,CPU为主频1.66GHz的Intel Core2处理器,1G内存运用matlab 6.5进行编程计算。所得计算结果见表3。

#### 参考文献:

- [1] 李晓津,孙新宪. 运输决策模型对中枢航线网效益的影响[J]. 中国民航学院学报, 2003, 21(5):1-5.
- [2] 丁琳琳. 放松管制与完善民航运输的轴辐式网络[J]. 哈尔滨商业大学学报, 2008(5):118-120.
- [3] 金凤君,王成金. 轴—辐侍服理念下的中国航空网络模式构筑[J]. 地理研究, 2009, 24(5):774-784.
- [4] 张建松. 辽宁省“轴—辐”物流地域系统研究[D]. 辽宁:辽宁师范大学城市与环境学院, 2007.
- [5] J Sohn and S Park. The single-allocation problem in the interacting three-hub network[J]. Networks, 2000, 35(1):17-25.
- [6] A T Ernst, M Krishnamoorthy. Efficient algorithms for the uncapacitated single allocation p-hub median problem [J]. Location Science, 1996, 4(3):139-154.
- [7] D Ge, Y Ye, J Zhang. The fixed-hub single allocation problem: a geometric rounding approach [EB/OL]. (2009-12-01)[2009-12-21]. <http://www.stanford.edu/~yye/reviseHub.pdf>.

## The Application of Hub-and-spoke Network in Chinese Aeronautic Transportation

YANG Han-yi

(School of Management, Tianjin University, Tianjin 300072)

Abstract: Hub-and-spoke network is already one well-studied problem, which is related to locating hub facilities and allocating non-hub nodes to hubs in order to route the traffic between origin-destination pairs. In this paper, the hub-and-spoke network is applied to the design of the net structure of aeronautic transportation. The mixed integer linear program model relating to hub-and-spoke network is introduced. Geometric rounding is applied to the computation of the allocation problem in Chinese aeronautic transportation network. And then it is decided how to organize the aeronautic transportation in the lowest cost. Finally, the computation based on the statistic data shows that geometric rounding is able to acquire a good effect on the design of the structure of the Chinese aeronautic network.

Key words: aeronautic; hub-and-spoke network; geometric rounding

[责任编辑:孟青]

## 六、结论

轴—辐网络问题在公路运输、航空运输管理、邮政业务等领域有着广泛的应用背景。本文将“轴—辐”网络应用于我国的民用航空网络,并将几何舍入算法应用于我国民航重点城市的网络设计问题。通过计算实验,我们得到很好的计算效果未来的相关研究包括多分配枢纽站最大覆盖问题、多分配枢纽站中位问题的模型设计与算法研究同时,运用本文的算法设计,该算法也应该可以运用于一般集覆盖问题的求解,这是本论文的另一未来研究方向。今后从USHLPFC的研究应该从两个方面考虑。一是,几何舍入算法在增加固定费用的“轴—辐”网络中的应用。二是,将该几何舍入算法用于其它轴—辐结构,如中心弧选址问题。